



Schulinterner Lehrplan für das Fach

Mathematik

zum Kernlehrplan für die Sekundarstufe II an Gymnasien

Stand: August 2025

Inhaltsverzeichnis

1) Mathematik am Landrat-Lucas-Gymnasium Leverkusen.....	1
2) Entscheidungen zur Gestaltung des Unterrichts.....	2
2.1 Allgemeine Vereinbarungen.....	2
2.2 Reihenfolge und zeitlicher Umfang der Unterrichtsvorhaben.....	3
2.3 Kompetenzerwartungen und konkretisierte Unterrichtsvorhaben.....	8
Einführungsphase.....	8
Qualifikationsphase Grundkurs	22
Qualifikationsphase Leistungskurs.....	39
2.4 Grundsätze der fachdidaktischen und fachmethodischen Arbeit	53
2.5 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung.....	54
2.5.1 Übersicht über Anzahl und Dauer von schriftlichen Arbeiten	54
2.5.2 Leistungsrückmeldung	54
2.6 Lehr- und Lernmittel.....	56
3) Entscheidungen zu Fach- und Unterrichtsübergreifenden Fragen	57
4) Evaluation des schulinternen Lehrplans	57

1) Mathematik am Landrat-Lucas-Gymnasium Leverkusen

Das Landrat-Lucas-Gymnasium in Leverkusen-Opladen ist ein sechszügiges, städtisches Gymnasium im gebundenen Ganztags. Mit seinen etwa 1800 Schülerinnen und Schülern, die von ca. 150 Lehrerinnen und Lehrern unterrichtet werden, ist das Landrat-Lucas-Gymnasium eines der großen Gymnasien in Nordrhein-Westfalen. Unsere Schule fühlt sich seit ihrer Gründung der Chancengleichheit verpflichtet und bietet vielfältige individuelle Entfaltungsmöglichkeiten in verschiedenen Fachbereichen und eine Förderung zum selbstständigen effektiven Lernen. Unsere Schülerinnen und Schüler sollen im Sinne einer individuellen Förderung zu einem partnerschaftlichen und demokratischen Miteinander im Ganztags erzogen werden. Unterricht ist damit sowohl fachwissenschaftliche Vermittlung, Erwerb von Lernkompetenzen sowie Erziehung zu einem Leben in einer demokratischen Gesellschaft in solidarischer Verantwortung, also sowohl für den eigenen Lernprozess als auch für die Gemeinschaft in der Lerngruppe.

Besonders fühlt sich das Landrat-Lucas-Gymnasium den Naturwissenschaften verpflichtet und ist Mitglied im Verein mathematisch-naturwissenschaftlicher Excellence-Center an Schulen e.V., also MINT-Excellence-Schule. Aber auch die Kooperation mit außerschulischen Lernorten, wie z.B. mit dem NaturGut Ophoven, dem Bayer-Konzern, dem Seniorenheim Upladen, der Stadt Leverkusen sowie unserem Lokalsender Radio Leverkusen, unterstreicht unsere Verpflichtung zur Weltoffenheit.

2) Entscheidungen zur Gestaltung des Unterrichts

2.1 Allgemeine Vereinbarungen

Der vorliegende schulinterne Lehrplan deckt sämtliche im Kernlehrplan aufgeführten Kompetenzen ab. Er bietet in diesem Kapitel für LehrerInnen, SchülerInnen und Erziehungsbe-rechtigte einen Überblick, wie die Unterrichtsvorhaben konkret ausgestaltet werden können.

Dabei ist verbindlich, ...

- ... in welchem Halbjahr welche Inhaltsfelder behandelt werden.
- ... zu welchen Inhaltsfeldern eine Klausur geschrieben wird.
- ... im Zuge welcher Unterrichtssequenz welche Kompetenzen erworben werden
- ... dass das zentrale Lehrwerk das Schulbuch Lambacher Schweizer – Nordrhein-Westfalen (Klett Verlag) darstellt.
- ... dass als technisches Hilfsmittel der WTR und das MMS „Geogebra“ verwendet werden. (Der Jahrgang, der 2026 das Abitur absolviert, verwendet noch das CAS Handheld.)

Es ist den LehrerInnen überlassen, ...

- ... wie die Unterrichtsvorhaben konkretisiert werden (aktuelle Fälle, Leitfragen, etc.). Die Angaben auf den nachfolgenden Seiten sind beispielhaft.
- ... mit welchem zusätzlichen Material die Unterrichtsvorhaben umgesetzt werden. Auf den folgenden Seiten wird auf das eingeführte Lehrbuch, aber auch auf vielfältige sonstige Materialien Bezug genommen. Davon kann – insbesondere aus Gründen der Aktualität – abgewichen werden.
- ... welche fakultativen Inhalte zusätzlich behandelt werden.

2.2 Reihenfolge und zeitlicher Umfang der Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase		
UV	Thema	Kapitel im LS (Stunden)
I	E-A1: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen	I: Funktionen- Bekanntes und Neues (20) + II Ganzrationale Funktionen (14)
II	E-A2: Transformationen von Funktionen und Einfluss von Parametern	I: Funktionen – Bekanntes und Neues (20) + II Ganzrationale Funktionen (14)
III	E-A3: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate	III: Ableitung (18)
IV	E-A4: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen	IV: Untersuchung von Funktionen (20)
V	E-G1: Unterwegs in 3D – Koordinatisierung des Raumes und Vektoroperationen	V: Vektoren (9)
VI	E-G2: Vektoren und Geraden – Bewegungen in den Raum	VI: Geraden im Raum (15)
	Gesamt	96 UStunden

Grundkurs Q1		
UV	Thema (Stunden)	Kapitel im LS (Stunden)
I	GK-A1: Optimierungsprobleme GK-A2: Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (inklusive LGS)	I: Fortsetzung der Differentialrechnung (26)
II	GK-G1: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen	V: Vektoren, Geraden und Winkel (15)
III	GK-G2: Ebenen in Koordinaten- und Parameterform GK-G3: Untersuchungen an geometrischen Körpern	VI: Ebenen (21)
IV	GK-A3: Von der Änderungsrate zum Bestand GK-A4: Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und seine Anwendungen	II: Integralrechnung (24)
	Gesamt 86	86 U-Stunden
Grundkurs Q2		
UV	Thema (Stunden)	Kapitel im LS (Stunden)
V	GK-S1: Alles nur Zufall? – Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	VIII: Statistik und Wahrscheinlichkeit (29)
VI	GK-S2: Treffer oder nicht? – Vom Urnenmodell zur Binomialverteilung GK-S3: Änderungen und Auswirkungen - Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen	IX: Binomialverteilung (21)

VII	GK-A5: Von Wachstumsprozessen zur natürlichen Exponentialfunktion	III: Exponentialfunktionen (19)
VIII	GK-A6: Zusammengesetzte Funktionen und Ableitungsregeln GK-A7: Modellieren mit zusammengesetzten Funktionen	IV: Weitere Funktionen (22)
	Gesamt 91	91 U-Stunden

Leistungskurs Q1	
Thema (Stunden)	Kapitel (Stunden)
LK-A1: Optimierungsprobleme ohne und mit Parametern (18)	I Fortsetzung der Differenzialrechnung (30)
LK-A2: Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (inklusive LGS) (20)	
LK-G1: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (7)	V Vektoren, Geraden und Winkel (15) +VI Ebenen (24)
LK-G2: Ebenen in Normalenform und ihre Schnittmengen (10)	
LK-G3: Parametrisierung von Ebenen (8)	
LK-A3: Von der Änderungsrate zum Bestand (10)	II Integralrechnung (35)
LK-A4: Herleitung und Anwendung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung (18)	
LK-S1: Alles nur Zufall? – Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (18)	VIII Statistik und Wahrscheinlichkeit (29) + IX

LK-S2: Treffer oder nicht? – Vom Urnenmodell zur Binomialverteilung (12)	Binomialverteilung (25)
LK-S3: Parameter und Prognosen – Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (15)	
Gesamt (136)	158 U-Stunden

Leistungskurs Q2	
Themen (Stunden)	Kapitel (Stunden)
LK-A5: Von Wachstumsprozessen zur natürlichen Exponentialfunktion	III Exponentialfunktionen (29) + IV Weitere Funktionen (25)
LK-A6: Umkehrbarkeit und Umkehrfunktionen	
LK-A7: Zusammengesetzte Funktionen und Ableitungsregeln	
LK-A8: Modellieren mit zusammengesetzten Funktionen	
LK-S4: Vertrauen und Verlässlichkeit – Schätzen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Konfidenzintervallen	X Prognoseintervalle, Konfidenzintervalle, Normalverteilung (25)
LK-S5: Alles normal? – Untersuchung und Anwendung von stetigen Zufallsgrößen	

LK-G4: Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten	VII Lagebeziehungen und Abstandsberechnungen (30)
LK-G5: Untersuchungen an geometrischen Körpern unter Einschluss ihrer Schatten- und Spiegelbilder	
LK-G6: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen	
Gesamt (109 Stunden)	106 U-Stunden

2.3 Kompetenzerwartungen und konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase

<u>Unterrichtsvorhaben I:</u> Thema: Funktionen – Neues und Bekanntes Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis Inhaltliche Schwerpunkte: Funktionen: Lineare und quadratische Funktionen, Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, trigonometrische Funktionen Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung Zeitbedarf: 20 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben II:</u> Thema: Ganzrationale Funktionen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis Inhaltliche Schwerpunkte: Funktionen: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale Funktionen Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung Zeitbedarf: 14 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben III:</u> Thema: Ableitung Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis Inhaltliche Schwerpunkte: Grundverständnis des Ableitungsbegriffs: mittlere und lokale Änderungsrate, graphisches Ableiten, Sekante und Tangente Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte Zeitbedarf: 18 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben IV:</u> Thema: Untersuchung von Funktionen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis Inhaltliche Schwerpunkte: Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte Zeitbedarf: 20 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben V:</u> Thema: Vektoren Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra Inhaltliche Schwerpunkte: Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität Zeitbedarf: 9 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben VI:</u> Thema: Geraden im Raum Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra Inhaltliche Schwerpunkte: Geraden und Strecken: Parameterform Lagebeziehungen von Geraden: identisch, parallel, windschief, sich schneidend Schnittpunkte: Geraden Zeitbedarf: 15 Std.

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Zeitraum	Lambacher Schweizer G9	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	Prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel I Funktionen – Neues und Bekanntes	Die Schülerinnen und Schüler....	Die Schülerinnen und Schüler....
	Erkundungen		
2 UE	1 Funktionen	Funktionen und Analysis (1) bestimmen die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und von ganzrationalen Funktionen (3) erkunden und systematisieren den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf die Eigenschaften der Funktion (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Sinusfunktion) (4) wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter	Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem1 (MMS) zum ... - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen Modellieren (1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Problemlösen (7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Argumentieren (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit Kommunizieren (2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung
4 UE	2 Lineare und quadratische Funktionen		
2 UE	3 Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten		
2 UE	4 Potenzfunktionen mit negativen Exponenten		
4 UE	5 Transformationen		
3 UE	6 Trigonometrische Funktionen		
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		
	Exkursion: Umkehrfunktion		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Die Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten werden mithilfe eines MMS untersucht und systematisiert (Verlauf, Symmetrie, besondere Punkte, Definitions- und Wertebereich, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$). Dabei spielen Darstellungswechsel eine besondere Rolle. Unter Berücksichtigung von bekannten und neu eingeführten Fachbegriffen und logischen Strukturen werden Zusammenhänge erkundet und erklärt. Die Kompetenzen im Bereich der Bildungs- und Fachsprache lassen sich sprachsensibel weiterentwickeln.

Ausgehend von den Potenzfunktionen werden die ganzrationalen Funktionen definiert und ihre Eigenschaften untersucht. Mithilfe des Graphen werden schon in diesem Unterrichtsvorhaben Monotonie und (lokale) Extrempunkte fachsprachlich eingeführt und anschaulich diskutiert. Im Rahmen der Nullstellenberechnung werden algebraische Rechentechniken der SI ohne Hilfsmittel wiederholt und erweitert. Verschiedene Wege zur Berechnung der Nullstellen werden verglichen und beurteilt, dabei auftretende Fehler werden analysiert. Auch die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.

Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung und Wiederholung der elementaren Bedienkompetenzen des MMS gerichtet werden, wobei der Fokus auf der Darstellung von Graphen inklusive Einstellungen sowie auf der Erstellung von Wertetabellen liegt.

Materialhinweis:

Material „EF-A1 Funktionsuntersuchung mit dem MMS“ im Lehrplannavigator

(<https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplannavigator-s-ii/gymnasiale-oberstufe-neue-klp/mathematik/hinweise-und-materialien/index.html>)

Zeitraum	Lambacher Schweizer G9	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel II Ganzrationale Funktionen	Die Schülerinnen und Schüler....	Die Schülerinnen und Schüler....
	Erkundungen		
2 UE	1 Ganzrationale Funktionen	Funktionen und Analysis (2) lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel (4) wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter (18) nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege effizient zu gestalten (19) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen	Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem ¹ (MMS) zum ... - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen Modellieren (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Problemlösen (5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Über-schlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Ver-allgemeinern) (7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein Argumentieren (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit
	2 Grenzverhalten ganzrationaler Funktionen		
2 UE	3 Symmetrie		
4 UE	4 Nullstellen einer ganzrationalen Funktion		
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		
	Exkursion: Polynomdivision und Linearfaktorzerlegung		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Der entdeckende Einstieg in das Thema mithilfe eines MMS erfolgt mit einem anwendungsbezogenen Kontext (z.B. „Temperaturmittelwerte im Jahresverlauf“ oder „Sonnen-scheindauer“), bei dem die aus der SI bekannte Sinusfunktion wiederholt und in Bezug auf Fachbegriffe (Amplitude, Periode) fundiert wird. Die Transformationen (Verschiebung und Streckung jeweils in Richtung beider Achsen) werden anknüpfend an eine Systematisierung und ausgehend von den quadratischen Funktionen (Scheitelpunktform) auf die Sinusfunktion und auf Potenzfunktionen übertragen. Dabei wird der Einfluss der Parameter auf die Eigenschaften dieser Funktionen erkundet. Erweitert wird das Thema der Transformationen noch um die Spiegelungen an den Koordinatenachsen. Bei Transformationen ganzrationaler Funktionen werden die Auswirkungen auf die im vorherigen Unterrichtsvorhaben betrachteten Eigenschaften sowie auf Extrempunkte untersucht. Für algebraische Operationen und graphische Darstellungen wird in diesem Unterrichtsvorhaben zunehmend ein MMS verwendet.

Materialhinweis:

Material „EF-A2 Beschreibung periodischer Vorgänge mithilfe der Sinusfunktion“ im Lehrplannavigator

(<https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplannavigator-s-ii/gymnasiale-oberstufe-neue-klp/mathematik/hinweise-und-materialien/index.html>)

Zeitraum	Lambacher Schweizer G9	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel III Ableitung	Die Schülerinnen und Schüler....	Die Schülerinnen und Schüler....
	Erkundungen		
2 UE	1 Mittlere Änderungsrate - Differenzenquotient	Funktionen und Analysis (5) berechnen mittlere und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Sach-kontext (6) erläutern den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegter Strecke anhand entsprechender Funktionsgraphen (7) erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der mittleren zur lokalen Änderungsrate und nutzen die Schreibweise $\lim_{x \rightarrow \dots} f(x)$ (8) deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate sowie als Steigung der Tangente an den Graphen (9) bestimmen Sekanten-, Tangenten- sowie Normalensteigungen und berechnen Steigungswinkel (10) beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) (11) leiten Funktionen graphisch ab und entwickeln umgekehrt zum Graphen der Ableitungsfunktion einen passenden Funktionsgraphen (13) nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten (14) wenden die Summen- und Faktorregel an und beweisen eine dieser Ableitungsregeln	Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem ¹ (MMS) zum ... - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen - Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern Modellieren (2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor (3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung (7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen (8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Problemlösen (5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Über-schlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Ver-allgemeinern) (7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit
4 UE	2 Momentane Änderungsrate - Ableitung		
2 UE	3 Die Ableitungsfunktion		
3 UE	4 Ableitungsregeln		

4 UE	5 Tangente und Normale		Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz Argumentieren (3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten (7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schluss folgern, Widerspruch) (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit Kommunizieren (2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		
	Exkursion: Der Brennpunkt einer Parabel		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

In verschiedenen Anwendungskontexten (z.B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, ...) werden durchschnittliche Änderungsraten, durchschnittliche Steigungen und anknüpfend daran Sekanten betrachtet, berechnet und im Kontext interpretiert. Dabei werden quadratische Funktionen als Weg-Zeit-Funktion bei Fall-, Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet. Neben zeitabhängigen Vorgängen sollen auch Steigungen und Steigungswinkel in realen Sachkontexten (z.B. Brückenbögen, Gebäudeteile, Trassenführungen, Seilbahnen) betrachtet werden.

Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird in den eingeführten Sachzusammenhängen vorstellungsgebunden genutzt. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät (z.B. mithilfe eines Lasers) ermittelten Geschwindigkeit genutzt.

Ein MMS wird zur numerischen und graphischen Darstellung des Grenzüberganges von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekante zur Tangente (Zoomen) eingesetzt. Hierbei wird die Limes-Schreibweise verwendet. Der Begriff der Tangente wird in Abgrenzung zu den in der SI aufgebauten Vorstellungen problematisiert und analytisch definiert.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden.

Anschließend wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für geeignete einfache Funktionen werden der Grenzübergang bei der „h-Methode“ unter Verwendung der Limeschreibweise exemplarisch durchgeführt und erste Ableitungsfunktionen berechnet.

Um die Ableitungsregel für (höhere) natürliche Potenzen zu vermuten, nutzen die Schülerinnen und Schüler ein MMS. Die Potenzregel für Ableitungen wird formuliert. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert hier besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Argumentierens.

Anhand von innermathematischen und anwendungsbezogenen Aufgaben vertiefen die Schülerinnen und Schüler abschließend ihre erworbenen Kompetenzen und berechnen Gleichungen von Sekanten, Tangenten und Normalen sowie Steigungswinkel.

Zeitraum	Lambacher Schweizer G9	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel IV Untersuchung von Funktionen	Die Schülerinnen und Schüler....	Die Schülerinnen und Schüler....
	Erkundungen		
2 UE	1 Monotonie	Funktionen und Analysis (12) beschreiben das Monotonieverhalten einer Funktion mithilfe der Ableitung (15) unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich (16) verwenden das notwendige Kriterium und hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- bzw. Wendepunkten (17) beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung (18) nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege effizient zu gestalten (19) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mit-hilfe von ganzrationalen Funktionen	Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem ¹ (MMS) zum ... - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen Modellieren (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Problemlösen (7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Argumentieren (3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit Kommunizieren (2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (12) nehmen zu mathematischen Aussagen, auch fehlerbehafteten, Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung
4 UE	2 Extremstellen – Vorzeichenwechselkriterium		
3 UE	3 Extremstellen und zweite Ableitung		
2 UE	4 Krümmungsverhalten		
2 UE	5 Wendestellen		
4 UE	6 Differentialrechnung in Sachzusammenhängen		
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		
	Exkursion: Das Newton-Verfahren		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Die Beschäftigung mit ganzrationalen Funktionen vom Grad größer gleich drei erfordert auf der rechnerischen Ebene die Anwendung der Summen- und Faktorregel für Ableitungen, von denen mindestens eine bewiesen wird. Durch gleichzeitiges Visualisieren einer Ausgangsfunktion und ihrer Ableitungsfunktion entdecken die Lernenden die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten der beiden Graphen, woran im Folgenden angeknüpft wird.

Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und den Nullstellen ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der möglichen Fälle bezogen auf Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung vertieft untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen mithilfe von notwendigen und hinreichenden Bedingungen zu argumentieren. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms (Globalverhalten, Symmetrie) argumentieren. Dieses führt auch zur Unterscheidung von lokalen und globalen Extremstellen.

Ausgehend von graphischen Darstellungen schließen sich Untersuchungen zum Krümmungsverhalten und damit die Betrachtung von Wendestellen an. Höhere Ableitungen werden auch im Rahmen von hinreichenden Bedingungen zur Bestimmung von Extrem- und Wendestellen genutzt. Beim Lösen von innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen werden die erworbenen Kompetenzen vernetzt und vertieft.

Zeitraum	Lambacher Schweizer 9G9	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel V Vektoren	Die Schülerinnen und Schüler....	Die Schülerinnen und Schüler....
	Erkundungen		
2 UE	1 Punkte und Figuren im Raum	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (1) wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum (2) stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinaten-system dar (3) deuten Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sach-kontexten als Geschwindigkeit (4) berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras	Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese (8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven (9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problemstellungen (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem ¹ (MMS) zum ... - Darstellen von geometrischen Situationen im Raum
2 UE	2 Vektoren	(5) addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität (6) weisen Eigenschaften geometrischer Figuren mithilfe von Vektoren nach (10) untersuchen geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge	Modellieren (1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor (3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Problemlösen (5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern) (7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein
2 UE	3 Rechnen mit Vektoren		Argumentieren (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten (7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit

3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		Kommunizieren (2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (12) nehmen zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung
	Exkursion: Mit dem Auto in die Kurve – Vektoren in Aktion Vektoren erklären, warum Brücken Parabeln sind		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z.B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (kartesische Koordinaten, geographische Koordinaten, GPS, Robotersteuerung).

An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z.B. Quader) wiederholen die Schülerinnen und Schüler die aus der Sekundarstufe I bekannten Schrägbilder und nutzen ein MMS, um unterschiedliche Schrägbilder darzustellen und hinsichtlich ihrer Wirkung zu beurteilen.

Parallel zur Entwicklung einer angemessenen Raumvorstellung wird auch an der Entwicklung einer adäquaten Symbolsprache gearbeitet. Die Informationen dazu (Darstellung mit Ortsvektoren und Verschiebungsvektoren) kommen von der Lehrkraft und werden von den Schülerinnen und Schülern im Rahmen von Aufgaben angewendet. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.

Verkettungen von Verschiebungen führen graphisch und algebraisch zur Vektoraddition und Multiplikation mit einem Skalar.

Mithilfe von Vektoren werden Punkte und Strecken (z.B. Mittelpunkte, Schnittpunkte, Diagonalen, Kanten) geometrischer Figuren in unterschiedlichen Darstellungsformen ermittelt und Eigenschaften geometrischer Figuren (Viereckstypen) und besonderer Punkte (z.B. Teilungsverhältnis) nachgewiesen. Dabei wird auch der Begriff Kollinearität eingeführt und verwendet. Die Länge einer Strecke wird mithilfe des Satzes des Pythagoras bestimmt.

Materialhinweis:

Die Koordinatisierung des Raumes kann z.B. gewinnbringend im Kontext einer Spidercam-Steuerung entwickelt bzw. vertieft werden. (vgl. SINUS-Materialien zur Spidercam

https://www.schulentwicklung.nrw.de/sinus/front_content.php?idart=1212&idcat=378&lang=9&client=12&matId=4356)

Vernetzung: Physik: Kräfte und ihre Addition

Zeitraum	Lambacher Schweizer G9	Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel VI Geraden im Raum	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen		
3 UE	1 Geraden im Raum	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (1) wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum (2) stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinaten-system dar (3) deuten Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sach-kontexten als Geschwindigkeit (5) addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität (7) stellen Geraden und Strecken in Parameter-form dar (8) interpretieren Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, (9) untersuchen Lagebeziehungen von Geraden (10) untersuchen geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematik-werkzeuge (11) nutzen Eigenschaften von Vektoren und Parametergleichungen von Geraden beim Lösen von innermathematischen und anwendungs-bezogenen Problemstellungen (12) lösen lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang von Lagebeziehungen von Geraden und interpretieren die jeweilige Lösungsmenge	Operieren (2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch (4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten (7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus (11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden (12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem ¹ (MMS) zum ... - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern Modellieren (2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor (5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung (8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Problemlösen (7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern Argumentieren (3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente (12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit Kommunizieren (2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren (12) nehmen zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung
2 UE	2 Eine Gerade – mehrere Gleichungen		
4 UE	3 Gegenseitige Lage von Geraden		
3 UE	4 Modellieren von Bewegungen durch Geraden		
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		

	Exkursion: Abstandsprobleme bei Bewegungsaufgaben – ein Minimalproblem		
--	--	--	--

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Zunächst wird ein geometrisches Objekt in einem Sachkontext durch Vektoren beschrieben. Dabei werden wiederholend die aus dem Unterrichtsvorhaben E-G1 bekannten Eigenschaften und Operationen von Vektoren genutzt und vertieft, um parallele Seiten und besondere Punkte zu ermitteln. Daran anschließend werden lineare Bewegungen z.B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen und diskutiert werden.

Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z.B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden. Auch die Parametrisierung einer Strecke wird in diesem Rahmen thematisiert.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie Berechnungen sollen auch ohne Hilfsmittel durchgeführt werden.

Im Anwendungskontext (z.B. Kondensstreifen von Flugzeugen) werden Lagebeziehungen von Geraden untersucht und systematisiert. Die Untersuchung von Schnittpunkten zweier durch Geraden modellierter Flugbahnen führt dabei auf ein lineares 3×2 -Gleichungssystem. Einen Bezug zu den unterschiedlichen Lagebeziehungen können die SuS herstellen, wenn sie zugleich die auf eine Landkarte reduzierte Situation mit nur zwei Gleichungen untersuchen. Einfache lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen werden als Wiederholung aus der Sekundarstufe I ohne Hilfsmittel gelöst, für komplexere LGS wird ein MMS verwendet. Ein algorithmisches Lösungsverfahren (z.B. der Gauß-Algorithmus) wird später in der Qualifikationsphase bei den Steckbriefaufgaben eingeführt und geübt.

Qualifikationsphase Grundkurs (Q1: UV I-IV; Q2: UV V-VIII)

<u>Unterrichtsvorhaben I:</u> Thema: Fortsetzung der Differenzialrechnung Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis Inhaltliche Schwerpunkte: • Funktionen: ganzrationale Funktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ • Fortführung der Differenzialrechnung: Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“) Zeitbedarf: 26 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben II:</u> Thema: Vektoren, Geraden und Winkel Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra Inhaltliche Schwerpunkte • Vektoroperation: Skalarprodukt • Schnittwinkel: Geraden Zeitbedarf: 15 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben III:</u> Thema: Ebenen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra Inhaltliche Schwerpunkte: • Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenvektor • Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen • Schnittpunkte: Geraden und Ebenen • Lineare Gleichungssysteme Zeitbedarf: 21 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben IV:</u> Thema: Integralrechnung Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis Inhaltliche Schwerpunkte: • Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung Zeitbedarf: 24 Std.

<u>Unterrichtsvorhaben V:</u> Thema: Statistik und Wahrscheinlichkeit Inhaltsfeld: Stochastik Inhaltliche Schwerpunkte: • Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln • Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung • Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen Zeitbedarf: 29 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben VI:</u> Thema: Binomialverteilung Inhaltsfeld: Stochastik Inhaltliche Schwerpunkte: • Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen • Binomialverteilung: Kenngrößen, Histogramme Zeitbedarf: 21 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben VII:</u> Thema: Exponentialfunktionen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis Inhaltliche Schwerpunkte: • Funktionen: Exponentialfunktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ Zeitbedarf: 19 Std	<u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u> Thema: Weitere Funktionen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis Inhaltliche Schwerpunkte: • Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen • Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ • Fortführung der Differenzialrechnung: Produktregel, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“) Zeitbedarf: 22 Std.

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP G9GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel I Fortsetzung der Differenzialrechnung	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Funktionen und Analysis	
3 UE	1 Wiederholung: Funktionen untersuchen	(1) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese	Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen – Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern
4 UE	2 Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen	(2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, (...) sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen	Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus
4 UE	3 Ganzrationale Funktionen bestimmen	(3) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben	Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung
5 UE	4 Funktionen mit Parametern untersuchen	(4) erläutern den Begriff der Umkehrfunktion am Beispiel der Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs	Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor
4 UE	5 Die Wurzelfunktion als Umkehrfunktion	(5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen (...) sowie der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ (...) (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung	Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung
3 UE	6 Potenzfunktionen ableiten	(20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen (...)	Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		
	Exkursion		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Optimierungsprobleme:

Gestartet wird mit Optimierungsproblemen mit ganzrationalen Funktionen. Als Einstiegsproblem hat sich z.B. die Optimierung einer offenen Schachtel, die aus einem DIN-A4-Papier gefaltet wird, bewährt. Das Aufstellen der Funktionsgleichungen bei Optimierungsproblemen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege entwickeln. In diesem Rahmen werden grundlegende In-

halte der Einführungsphase integrierend wiederholt. An mindestens einem Problem im Sachzusammenhang entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten. Mindestens ein Verpackungsproblem (optimale Verpackung) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. In diesen Kontexten entstehen auch Zielfunktionen, die nicht rein ganzrational sind. In diesem Zusammenhang entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$. Komplexere Funktionen können mithilfe eines MMS untersucht werden.

Anschließend wird als Exkurs exemplarisch die Wurfelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs als Umkehrfunktion betrachtet.

Modellieren von Sachsituationen:

Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten mit und ohne Anwendungsbezug werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkte auf dem Graphen, Symmetrien, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) lineare Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, die Angemessenheit der Modellierung zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Aufgaben im Anwendungskontext, die Anschlussbedingungen (z.B. knickfrei, ruckfrei) berücksichtigen, lassen sich zum Beispiel bei der Trassierung von Bahngleisen/Straßen finden. Durch die Wahl geeigneter Modellierungen, z.B. Anstieg des Meeresspiegels, können auch Themen aus dem Kontext *Bildung für nachhaltige Entwicklung* in diesem Unterrichtsvorhaben integriert werden.

Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, ein MMS zunächst als Blackbox zum Lösen von linearen Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen zum Zweck der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, algorithmische Lösungsverfahren (z.B. den Gauß-Algorithmus) zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Hilfsmittel durchzuführen.

Anknüpfend an die Einführungsphase werden in innermathematischen Situationen und in unterschiedlichen Kontexten (z.B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) ganzrationale Funktionen mit Parametern aufgestellt und mithilfe eines MMS untersucht. Hierbei können die Inhalte der Analysis aus der EF aufgegriffen und vertieft werden. Ein MMS wird zum Variieren von Parametern aber auch zum Lösen von Gleichungen mit Parametern verstärkt genutzt.

Vertiefung: Auch die Transformation der Sinus- und Kosinusfunktion kann wiederholend zur Modellierung eingesetzt werden.

Vernetzung: In diesem Unterrichtsvorhaben werden algorithmische Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme schwerpunktmäßig behandelt. Lineare Gleichungssysteme werden bei den Unterrichtsvorhaben der analytischen Geometrie ebenfalls benötigt, dort sollten aber algorithmische Lösungsverfahren keinen Schwerpunkt mehr bilden. Verschiedene Arten von Lösungsmengen eines linearen Gleichungssystems mit zwei Unbekannten wurden bereits in der EF bei den Lagebeziehungen von Geraden aufgegriffen.

Materialhinweis:

Material „Meeresspiegelanstieg I – Modellierung mit ganzrationalen Funktionen“ im Lehrplannavigator

(<https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplannavigator-s-ii/gymnasiale-oberstufe-neue-klp/mathematik/hinweise-und-materialien/index.html>)

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9 GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel V Vektoren, Geraden und Winkel	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (1) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es (5) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechen-fertigkeiten sicher an Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... - Darstellen geometrischer Situationen im Raum Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein
4 UE	1 Wiederholung: Geraden und Lagebeziehungen		
4 UE	2 Zueinander orthogonale Vektoren - Skalarprodukt		
4 UE	3 Winkel und Schnittwinkel		
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		
	Exkursion		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Zur Entlastung empfiehlt sich für die Herleitung eine Beschränkung auf zwei Dimensionen. Wesentlich für den Aufbau einer tragenden Grundvorstellung ist jedoch die Zerlegung eines Vektors $\vec{a}$ in zu $\vec{b}$ parallele und orthogonale Komponenten. Dadurch wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dieses wird am Beispiel der Kräftezerlegung (z.B. Zerlegung in vertikale und horizontale Komponenten beim Schlittenziehen) veranschaulicht.

Eine Exploration der Winkelabhängigkeit des Skalarproduktes mit einem MMS führt zur Wiederentdeckung der Rolle des Kosinus bei der Projektion. Der Kosinus wird genutzt, um den Winkel zwischen zwei Vektoren zu berechnen. Anknüpfend an das Unterrichtsvorhaben E-G1 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarprodukts untersucht.

Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produkts von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z.B. Division durch einen Vektor) und vor dem Hintergrund der Verallgemeinerung bekannter Rechenregeln für Zahlen gestellt.

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9 GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel VI Ebenen	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Analytische Geometrie und Lineare Algebra	
3 UE	1 Der Gauß-Algorithmus	(2) stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar (3) verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Normalenvektor)	Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... – Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern – Darstellen von geometrischen Situationen im Raum
3 UE	2 Ebenen im Raum – die Parameterform	(4) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen (7) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme	Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor
4 UE	3 Koordinatenform und Normalenvektor	(8) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind (5) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten	Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells.
4 UE	4 Schnittwinkel und Schnittpunkte	(6) nutzen Symmetriebetrachtungen in geometrischen Objekten zur Lösung von Problemstellungen und spiegeln Punkte an Ebenen in einfachen Fällen	Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittel-frei zur Lösung ein Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus.
4 UE	5 Geometrische Objekte im Raum	(9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		
	Exkursion		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Die Koordinatenform $n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 = d$ wird anknüpfend an Geradengleichungen $a \cdot x + b \cdot y = d$ in der Ebene durch Erweitern um eine Variable eingeführt. Zur Erkundung soll eine Visualisierung mit einem MMS dienen, bei der die Achsenabschnitte $a_i = d/n_i$ (für $n_i \neq 0$) ins Spiel kommen, die in der Achsenabschnittsform $\frac{x_1}{a_1} + \frac{x_2}{a_2} + \frac{x_3}{a_3} = 1$ auftreten. Diese Form bietet den Vorteil, eindeutig zu sein, und erlaubt es, die Lage der Ebene im Koordinatensystem zeichnerisch darzustellen.

Die Schnittpunktberechnung (Durchstoßpunkt) zwischen Geraden und Ebenen ist mit der Koordinatenform besonders einfach, wenn ein allgemeiner Punkt der Gerade (parametrisierte Punktmenge) in die Koordinatenform eingesetzt wird. Die Achsenabschnittsberechnung ordnet sich dabei als Spezialfall ein. Auch Spurgeraden in den Hauptebenen werden mit dem Einsetzungsprinzip ermittelt.

Die Notation mithilfe des in GK-G1 eingeführten Skalarproduktes $\vec{n} \cdot \vec{x} = d$ führt zur Deutung von $\vec{n}$ als Normalenvektor, der senkrecht auf der Ebene steht. Der Einfluss von d , mit dem sich die Ebene parallel verschieben lässt, wird erkundet. Um eine Gleichung einer Ebene aus drei Punkten aufzustellen, soll dies dem Prinzip einer Steckbriefaufgabe folgend (vgl. GK-A2) mit einem 3x3-Gleichungssystem durch Einsetzen der drei Punkte in die Gleichung $n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 = d$ erfolgen, wobei d als Parameter im MMS mitläuft oder $d = 1$ (in Sonderfällen $d = 0$) gesetzt werden kann.

Als Kontext für die anschließend zu thematisierende Parameterform einer Ebene dient z.B. eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G1 wieder aufgegriffen und auf beliebige Ebenen im Raum übertragen. Der Übergang zur Koordinatenform erfolgt als Alternative zum „Steckbriefverfahren“ auch durch die Bestimmung eines Normalenvektors mithilfe eines unterbestimmten 2x3-Gleichungssystems. Ein explizites Arbeiten mit der Normalenform soll aber nur im Rahmen einer Differenzierung erfolgen.

Der umgekehrte Übergang von der Koordinatenform zur Parameterform kann über drei Punkte (z.B. die Achsenabschnitte) bewerkstelligt werden, oder indem zwei (zu $\vec{n}$ orthogonale) Spannvektoren der Ebene aus Gleichungen des Typs $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -n_2 \\ n_1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$ gewonnen werden.

Vernetzung: Ein systematisches Verfahren, lineare Gleichungssysteme auch hilfsmittelfrei in einfachen Fällen zu lösen, wurde bereits im Unterrichtsvorhaben GK-A2 eingeführt. Um hier Möglichkeiten des weiteren Übens und Wiederholens zu schaffen, können Durchstoßpunkte alternativ mit Ebenen in Parameterform in einfachen Fällen berechnet werden. Des Weiteren führt die Punktprobe bei Ebenen in Parameterform auf ein 3x2-Gleichungssystem.

Vertiefung: Ein Normalenvektor kann mit einem MMS auch mithilfe des Vektorprodukts berechnet werden.

Untersuchungen an Geometrischen Körpern:

Geometrische Körper wie u.a. Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen, können auf reale Objekte bezogen oder auch zur Gestaltung von virtuellen Landschaften benutzt werden. Schattenwürfe geometrischer Körper in Parallelprojektion (Sonnenlicht) oder Zentralprojektion (Lichtquelle) auf eine Ebene, insbesondere die Grundebenen, werden berechnet. Der Einsatz eines MMS bietet hier zusätzliche Möglichkeiten der Variation und der Visualisierung.

Symmetriebetrachtungen (z.B. beim Übergang zur Doppelpyramide / zum Oktaeder) werfen die Frage auf, wie sich Spiegelungen an Ebenen durchführen lassen. In einfachen Fällen, in denen der Normalenvektor in Richtung einer Koordinatenachse weist, werden die Koordinaten eines an der Ebene gespiegelten Punktes ermittelt. Der Nachweis der Symmetrie zu einer gegebenen Ebene wird durch einen Vergleich des Normalenvektors mit dem Verbindungsvektor zwischen Punkt und Spiegelpunkt geführt, wobei zusätzlich eine Punktprobe nötig ist, um zu zeigen, dass der Mittelpunkt in der Ebene liegt.

Winkel lassen sich zwischen den Kanten und Flächen eines Körpers bestimmen. Speziell die Böschungswinkel an einer Pyramide motivieren die Frage nach dem Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen.

Vernetzung: Inhaltlich nimmt die Parallelprojektion die Behandlung von Schrägbildern aus dem Unterrichtsvorhaben E-G1 wieder auf.

Vertiefung: Die Bestimmung von Winkeln zwischen Geraden und Ebenen oder zwei Ebenen lässt Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung zu. Dadurch lässt sich ein im Unterrichtsvorhaben E-G2 begonnenes Thema ausbauen.

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9 GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel II Integralrechnung	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Funktionen und Analysis	
4 UE	1 Rekonstruktion einer Größe	(7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung	Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... – Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern
4 UE	2 Das Integral	(11) interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe (12) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung (13) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion	Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells
3 UE	3 Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	(14) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs (15) erläutern geometrisch-anschaulich den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung und wenden ihn an	
4 UE	4 Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen	(16) nutzen vorgegebene Stammfunktionen und bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen (17) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen	
5 UE	5 Integral und Flächeninhalt	(18) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion (19) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen	
4 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		
	Exkursion		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Von der Änderungsrate zum Bestand:

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten im Unterrichtsvorhaben E-A3. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).

Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Die Schülerinnen und Schüler entwickeln und vergleichen eigenständig unterschiedliche Strategien (z.B. Trapezsumme, Ober- oder Untersumme) zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Damit bereitet dieses Unterrichtsvorhaben den Begriff der Integralfunktion anschaulich vor. Die Ergebnisse des Stationenlernens bzw. der Gruppenarbeit werden als Lernprodukte dokumentiert und im Kurs präsentiert. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.

Die erarbeiteten Produktsummen aus der vorhergehenden Arbeitsphase werden nun im Unterricht weiter verfeinert und damit immer genauere Flächenabschätzungen vorgenommen. Auch die Orientierung der Flächen kann dabei erneut thematisiert werden. Bei der Berechnung von Produktsummen, die mit Summenzeichen notiert sind, kann ein MMS gewinnbringend eingesetzt werden. Die Frage, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, gibt Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen, die zur Definition des Integrals führen.

Hinweis: Bei der Behandlung der Produktsummen soll auch die Notation mithilfe des Summenzeichens eingeführt und geübt werden.

Materialhinweis:

Impulse für das Stationenlernen können den Sinus-Materialien (2008) in der Materialdatenbank entnommen werden:
https://www.schulentwicklung.nrw.de/sinus/front_content.php?idart=448&idcat=378&lang=9&client=12&matId=2033

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung:

Ausgehend von der Rekonstruktion eines Bestandes beziehungsweise der Flächeninhaltsfunktion und der Definition des Integrals wird der Begriff der Integralfunktion I_a für einen Anfangswert a erschlossen. Die Vermutung, dass die Integralfunktion eine Stammfunktion ist, wird durch geometrisch-anschauliche Überlegungen begründet und damit der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung aufgestellt. Die Bedeutung des Hauptsatzes und seine Anwendung werden in verschiedenen Kontexten vertieft.

Die Regeln zum Ermitteln von Funktionstermen von Stammfunktionen werden für ganzrationale Funktionen von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet.

Die gewonnenen Erkenntnisse werden auf weitere innermathematische bzw. anwendungsorientierte Situationen übertragen, die auch Flächen zwischen Funktionsgraphen umfassen. Bei geeigneten Problemstellungen werden die Intervalladditivität und Linearität des Integrals thematisiert. Geeignete Problemstellungen werden in diesem Unterrichtsvorhaben auch ohne Hilfsmittel bearbeitet.

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9 GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel VII Daten und Wahrscheinlichkeit	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Stochastik	
4 UE	1 Wiederholung: Wahrscheinlichkeit	(1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen und verwenden das Summenzeichen	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch
3 UE	2 Verknüpfung von Ereignissen	(3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum... – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
5 UE	3 Bedingte Wahrscheinlichkeit – stochastische Unabhängigkeit	(5) bestimmen das Gegenereignis $\bar{A}$, verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \setminus B, A \cap B, A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten (6) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten	Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor
5 UE	4 Simulationen	(7) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit	Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells
4 UE	5 Daten erheben und mit Kenngrößen beurteilen	(8) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten (9) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen (10) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen	Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit
5 UE	6 Zufallsgrößen – Erwartungswert und Standardabweichung		
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		
	Exkursion		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Zur Beschreibung einer von den Schülerinnen und Schülern selbstständig geplanten statistischen Erhebung (z.B. Größe, Gewicht von Neugeborenen) wird das Grundverständnis von Lage- und Streumaßen durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert. Zur Auswertung und graphischen Darstellung von statistischen Erhebungen wird ein MMS verwendet. Über eingängige Beispiele von Stichproben mit gleichem arithmetischem Mittel, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung motiviert. Durch Vergleiche unterschiedlicher Stichproben wird ein Gespür für die Auswirkung auf die Kenngrößen entwickelt. Dabei wird das Summenzeichen zur Notation von arithmetischem Mittel und quadratischer Abweichung verwendet.

Anhand von Glücksspielen und Zufallsexperimenten, die von den Lernenden selbst durchgeführt werden, werden die grundlegenden Inhalte der Stochastik aus der SI wiederholt, vertieft und die Fachbegriffe gefestigt. Dabei werden zur Modellierung von Wirklichkeit auch Simulationen – zumeist unter Verwendung eines MMS – geplant und durchgeführt (Gesetz der großen Zahlen). Zur Beschreibung von Ereignissen werden die Mengenschreibweisen eingeführt und angewendet.

Die aus der Sekundarstufe I bekannten Vierfeldertafeln und Baumdiagramme werden im Kontext von zwei- und mehrstufigen Zufallsexperimenten zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung sowie zur Überprüfung von Teilvorgängen auf stochastische Unabhängigkeit eingesetzt. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge und dem Umgang mit Mengenschreibweisen ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten $P_A(B)$ – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung. Die Erarbeitung erfolgt im Rahmen von sinnstiftenden Kontexten, wie Zufallsantworten bei sensiblen Fragen und Diagnosetests für Krankheiten (z.B. Corona-Test).

Anhand verschiedener Glücksspiele wird der Begriff der (diskreten) Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung der Kenngrößen bei empirischen Häufigkeitsverteilungen werden der Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung einer diskreten Zufallsgröße definiert und im Sachkontext angewendet. Auch hierbei wird ein MMS zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung des hilfsmittelfreien Rechnens verwendet.

Hinweis: Bei der Auswahl der Kontexte für Modellierungen und Aufgabenstellungen sollten im gesamten Unterrichtsvorhaben die Möglichkeiten unterschiedlicher Lebensweisen, Identitäten und Orientierungen sensibel berücksichtigt werden. Das bedeutet insbesondere, dass die Merkmale „weiblich“ und „männlich“ nicht als komplementär betrachtet werden sollten, da es neben den Geschlechtern „weiblich“ und „männlich“ auch das Geschlecht „divers“ sowie die Möglichkeit gibt, den Geschlechtseintrag im Personenstandsregister offenzulassen. Die Komplementärmenge von „weiblich“ sollte daher „nicht weiblich“ sein.

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9	GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel VIII Binomialverteilung		Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen		Stochastik	
3 UE	1 Bernoulli-Experimente, Binomialverteilung		(11) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können	Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum... – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten (...) Zufallsgrößen
4 UE	2 Erwartungswert und Histogramme		(12) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung	Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor
4 UE	3 Kumulierte Wahrscheinlichkeiten		(13) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen	Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells
3 UE	4 Standardabweichung		(14) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit.	Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit
4 UE	5 Probleme lösen mit der Binomialverteilung			Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur			
	Exkursion			

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

Urnenmodelle werden zunächst verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren, und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten genutzt. Durch die Fokussierung auf lediglich zwei mögliche Ergebnisse („Erfolg“ oder „Misserfolg“) wird der Begriff des Bernoulli-Experiments eingeführt. Durch einen Vergleich mit dem Ziehen aus einer Urne ohne Zurücklegen wird geklärt, dass die Anwendung des Modells Bernoullikette jeweils eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d.h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Das Vorliegen einer Bernoullikette soll dabei explizit begründet werden und in einzelnen Fällen einer Modellkritik unterzogen werden. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und des Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation sowie die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden Histogramme genutzt.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Die Werte der Binomialverteilung, insbesondere der kumulierten Binomialverteilung, werden in der Regel mithilfe eines MMS berechnet. Hilfsmittelfreie Zugänge sind jedoch in Einzelfällen unter anderem durch Betrachtung von Komplementäreignissen möglich.

Vernetzung: Das Summenzeichen wird als Schreibweise bei den kumulierten Wahrscheinlichkeiten einer Binomialverteilung wieder aufgegriffen.

Eine Visualisierung der Binomialverteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung eines MMS. Anhand derartiger Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden der Erwartungswert und die Standardabweichung einer Binomialverteilung hergeleitet. Eine Möglichkeit zur Herleitung der Standardabweichung ist, mithilfe eines MMS bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit zu multiplizieren. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

In verschiedenen Anwendungszusammenhängen werden sodann Problemstellungen mit binomialverteilten Zufallsgrößen untersucht, die jeweils eine Berechnung der Parameter k , p oder n verlangen. Mit dem Erwartungswert lässt sich auch der Begriff eines „fairen“ Spiels aufgreifen.

Die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit wird bewusst als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit interpretiert. Die Genauigkeit dieser Schätzung steigt mit dem Stichprobenumfang.

Vertiefung: In einem Sachkontext wird das Konzept der σ -Umgebungen exemplarisch behandelt.

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9 GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel III Exponentialfunktionen	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Funktionen und Analysis	
4 UE	1 Wiederholung: Exponentialfunktionen	(2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, (...), der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen	Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen – Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern
4 UE	2 Die natürliche Exponentialfunktion	(5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (...) der natürlichen Exponentialfunktion (...) (6) wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an (9) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion ($f'=f$)	Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor
4 UE	3 Transformierte Exponentialfunktionen untersuchen	(10) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung (20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen	Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit
4 UE	4 Begrenztes Wachstum		Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		
	Exkursion		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

In anwendungsbezogenen Kontexten (Wachstum und Zerfall) soll an die in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen zu allgemeinen Exponentialfunktionen der Form $x \mapsto a \cdot q^x$ angeknüpft werden. Dabei unterstützt ein MMS die Klärung der Bedeutung der Parameter a und q der allgemeinen Exponentialfunktion sowie die Beschreibung der Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer wiederholenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. Mit einem MMS entdecken die Lernenden die Proportionalität der Änderungsrate zum Bestand.

Anschließend wird die Basis variiert. Dabei ergibt sich für die Eulersche Zahl als Basis der Proportionalitätsfaktor eins bzw. die Übereinstimmung von Funktion und Ableitungsfunktion. Mithilfe des natürlichen Logarithmus können nun allgemeine Exponentialfunktionen in der Form $x \mapsto a \cdot e^{\ln(q) \cdot x}$ geschrieben und als Transformation (Streckung) der natürlichen Exponentialfunktion identifiziert werden.

Als Anwendung werden Wachstumsprozesse auch mit natürlichen Exponentialfunktionen beschrieben. Weiterführend werden auch begrenzte Wachstumsprozesse betrachtet.

Der Vergleich unterschiedlicher Modellierungen (linear, quadratisch, exponentiell und begrenzt) führt zu einer kritischen Auseinandersetzung mit der Modellbildung. Die zugrundeliegenden Annahmen und Grenzen der Modelle sind der Ausgangspunkt, um Verbesserungen der Modellierung zum Beispiel durch abschnittsweise Kombination verschiedener Wachstumsmodelle herbeizuführen.

Materialhinweis: Material „Meeresspiegelanstieg II – Modellierung mit Exponentialfunktionen“ im Lehrplannavigator

(<https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplannavigator-s-ii/gymnasiale-oberstufe-neue-klp/mathematik/hinweise-und-materialien/index.html>)

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9 GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel IV Weitere Funktionen	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Funktionen und Analysis	Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-system (MMS) zum ... – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern)
3 UE	1 Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion	(2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, der Sinusfunktion, der Kosinusfunktion, der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen	
4 UE	2 Verkettung von Funktionen	(5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (...) der Sinus- und Kosinusfunktion, sowie der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ und wenden die Produktregel an	
3 UE	3 Produktregel	(6) wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an	
4 UE	4 Zusammengesetzte Funktionen untersuchen	(7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung	
5 UE	5 Zusammengesetzte Funktionen im Kontext	(8) nutzen in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge	
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur	(20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mit-hilfe von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen	
	Exkursion		

Weitere Hinweise zur Umsetzung und Materialhinweise (fakultativ):

In diesem Unterrichtsvorhaben werden die noch fehlenden Ableitungsregeln (Produktregel und Spezialfall der Kettenregel für Verknüpfungen von Exponentialfunktionen mit linearen Funktionen) hergeleitet. Dazu können zunächst Vermutungen für die Ableitungen von Produkten von ganzrationalen Funktionen aufgestellt und durch Ausmultiplizieren und Anwenden der bereits bekannten Ableitungsregeln überprüft werden. Vorgelegte Argumentationsketten werden erläutert, beurteilt und für den Beweis der Produktregel genutzt. Die Kettenregel für Exponentialfunktionen mit linearen Funktionen im Exponenten kann graphisch mithilfe der bekannten Zusammenhänge beim Transformieren von Funktionsgraphen entdeckt werden.

Mithilfe der neu gewonnen Ableitungsregeln werden schließlich in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen betrachtet und in unterschiedlichen innermathematischen und anwendungsbezogenen Aufgaben verwendet. Dabei ist es mithilfe eines MMS oder mithilfe von vorgegebenen Ableitungen auch möglich, weitere Verkettungen von ganzrationalen Funkti-

onen mit Exponentialfunktionen zu betrachten. Vorgelegte Stammfunktionen werden nachgewiesen und verwendet. Neben rechnerischen Zugängen werden außerdem Eigenschaften von Funktionen als Argumente zur Lösung von Aufgaben verwendet.

Zusätzlich werden die Erkenntnisse aus den vorangegangenen Unterrichtsvorhaben gebündelt und an komplexeren Situationen sowohl bei innermathematischen Problemstellungen als auch bei Aufgaben mit Anwendungsbezug geübt und vertieft.

Anschließend werden Prozesse, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamentenkonzentration, Fieber, Pflanzenwuchs...), in den Blick genommen und mithilfe von Produkten und Verkettungen von Funktionen modelliert. Dabei ergeben sich Fragen, bei denen aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamtbestand bzw. -effekt geschlossen wird. Integrale von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen können in diesem Unterrichtsvorhaben mit einem MMS oder mithilfe vorgegebener Stammfunktionen berechnet werden.

In diesem Unterrichtsvorhaben werden auch periodische Prozesse (z.B. Sonnenscheindauer, akustische Signale) untersucht, bei denen Sinus- und Kosinusfunktionen abgeleitet und mit anderen Funktionen verknüpft werden.

Leistungskurs

<u>Unterrichtsvorhaben LK-1:</u> Optimierungsprobleme ohne und mit Parametern (LK-A1) (Zeitbedarf: ca. 18 Ustd.) Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: - Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen - Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Kettenregel, Funktionsscharen, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“)	<u>Unterrichtsvorhaben LK-2:</u> Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (inklusive LGS) (LK-A2) (Zeitbedarf: ca. 20 Ustd.) Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A) Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: - Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen - Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ - Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Kettenregel, Funktionsscharen, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“) - Lineare Gleichungssysteme (Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra)	<u>Unterrichtsvorhaben LK-3:</u> Von der Änderungsrate zum Bestand (LK-A3) (Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.) Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
<u>Unterrichtsvorhaben LK-4:</u> Herleitung und Anwendung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung (LK-A4) (Zeitbedarf: ca. 18 Ustd.) Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	<u>Unterrichtsvorhaben LK-5:</u> Von Wachstumsprozessen zur natürlichen Exponentialfunktion (LK-A5) (Zeitbedarf: ca. 15 Ustd.) Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: - Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen - Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$	<u>Unterrichtsvorhaben LK-6:</u> Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (LK-G1) (Zeitbedarf: ca. 7 Ustd.) Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: Vektoroperation: Skalarprodukt

<u>Unterrichtsvorhaben LK-7:</u> Ebenen in Normalenform und ihre Schnittmengen (LK-G2) (Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.) Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: • Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform • Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen • Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen)	<u>Unterrichtsvorhaben LK-8:</u> Parametrisierung von Ebenen (LK-G3) (Zeitbedarf: ca. 8 Ustd.) Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: • Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform • Lineare Gleichungssysteme	<u>Unterrichtsvorhaben LK-9:</u> Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (LK-G4) (Zeitbedarf: ca. 6 Ustd.) Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: • Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen)
<u>Unterrichtsvorhaben LK-10:</u> Alles nur Zufall? – Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung (LK-S1) (Zeitbedarf: ca. 18 Ustd.) Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltliche Schwerpunkte: • Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln • Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung • Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen	<u>Unterrichtsvorhaben LK-11:</u> Treffer oder nicht? – Vom Urnenmodell zur Binomialverteilung (LK-S2) (Zeitbedarf: ca. 12 Ustd.) Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltliche Schwerpunkte: • Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln • Binomialverteilung: Binomialkoeffizient, Kenngrößen, Histogramme, σ-Regeln	<u>Unterrichtsvorhaben LK-12:</u> Parameter und Prognosen – Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (LK-S3) (Zeitbedarf: ca. 15 Ustd.) Inhaltsfelder: Stochastik (S) Inhaltliche Schwerpunkte: • Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung • Binomialverteilung: Binomialkoeffizient, Kenngrößen, Histogramme, σ-Regeln • Beurteilende Statistik: Prognoseintervall, Konfidenzintervall, Stichprobenumfang
<u>Unterrichtsvorhaben LK-13:</u> Vertrauen und Verlässlichkeit – Schätzen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Konfidenzintervallen (LK-S4) (Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.) Inhaltsfelder: Stochastik (S) Inhaltliche Schwerpunkte: • Beurteilende Statistik: Prognoseintervall, Konfidenzintervall, Stichprobenumfang	<u>Unterrichtsvorhaben LK-14:</u> Alles normal? – Untersuchung und Anwendung von stetigen Zufallsgrößen (LK-S5) (Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.) Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltliche Schwerpunkte: • Normalverteilung: Dichtefunktion („Gauß’sche Glockenkurve“), Parameter μ und σ, Graph der Verteilungsfunktion	<u>Unterrichtsvorhaben LK-15:</u> Umkehrbarkeit und Umkehrfunktionen (LK-A6) (Zeitbedarf: ca. 8 Ustd.) Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: • Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende

		Kosinusfunktionen Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
Unterrichtsvorhaben LK-16: Zusammengesetzte Funktionen und Ableitungsregeln (LK-A7) (Zeitbedarf: ca. 20 Ustd.) Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis Inhaltliche Schwerpunkte: - Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen - Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ - Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Kettenregel, Funktionsscharen, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“)	Unterrichtsvorhaben LK-17: Modellieren mit zusammengesetzten Funktionen (LK-A8) (Zeitbedarf: ca. 20 Ustd.) Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: - Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen - Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ - Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Kettenregel, Funktionsscharen, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“) - Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	Unterrichtsvorhaben LK-18: Untersuchungen an geometrischen Körpern unter Einschluss ihrer Schatten- und Spiegelbilder (LK-G5) (Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.) Inhaltsfelder: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: - Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform - Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen - Schnittpunkte: Geraden und Ebenen - Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen)
Unterrichtsvorhaben LK-19: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen (LK-G6) (Zeitbedarf: ca. 10 Ustd.) Inhaltsfelder: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: Verknüpfung aller Bereiche Kompetenzerwartungen: Integrierende Wiederholung aller Kompetenzen des In-		

haltsfeldes		
-------------	--	--

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9, LK		inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK)	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel I Fortsetzung der Differenzialrechnung	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Funktionen und Analysis	Funktionen und Analysis	
3 UE	1 Wiederholung: Funktionen untersuchen	(1) lösen biquadratische Gleichungen auch ohne Hilfsmittel	(1) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese	Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen – Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern
4 UE	2 Substitution	(2) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen (...) sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen	(2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, (...) sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen	Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus
4 UE	3 Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen	(4) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben	(3) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben	Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung
4 UE	4 Ganzrationale Funktionen bestimmen	(5) interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext der Fragestellung und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen	(4) erläutern den Begriff der Umkehrfunktion am Beispiel der Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs	Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor
5 UE	5 Funktionen mit Parametern untersuchen	(6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, (...) sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten (...)	(5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen (...) sowie der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ (...)	Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu
4 UE	6 Die Wurzelfunktion als Umkehrfunktion	(7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen (...) im Kontext der Fragestellung	(7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung	Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells
3 UE	7 Potenzfunktionen ableiten	(8) deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen	(20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen (...)	Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur			Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen
	Exkursion			Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit
				Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung
				Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9, LK / GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK)	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK)	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel II Integralrechnung	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Funktionen und Analysis	Funktionen und Analysis	
4 UE	1 Rekonstruktion einer Größe	(7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen und unbestimmten Integralen („Stammfunktionen“) im Kontext der Fragestellung	(7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung	Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten
4 UE	2 Das Integral	(14) interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe	(11) interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe	Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... – Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern
3 UE	3 Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	(15) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung (16) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion	(12) deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung (13) skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion	Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor
4 UE	4 Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen	(17) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs	(14) erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs	Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu
5 UE	5 Integral und Flächeninhalt	(18) begründen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs und wenden den Hauptsatz an	(15) erläutern geometrisch-anschaulich den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung und wenden ihn an	Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells
5 UE	LK 6 Unbegrenzte Flächen - Uneigentliche Integrale	(19) bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen, nutzen vorgegebene Stammfunktionen (...) (20) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen	(16) nutzen vorgegebene Stammfunktionen und bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen (17) nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen	
6 UE	LK 7 Volumen von Rotationskörpern	(21) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion (22) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen und uneigentlichen Integralen sowie Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen	(18) ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion (19) ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen	
4 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur			
	Exkursion			

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9, LK / GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK)	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK)	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel III Exponentialfunktionen	Die Schülerinnen und Schüler.	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Funktionen und Analysis	Funktionen und Analysis	
4 UE	1 Wiederholung: Exponentialfunktionen	(3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, (...), der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen	(2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, (...), der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen	Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen – Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern
4 UE	2 Die natürliche Exponentialfunktion	(6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (...), Exponentialfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion (...)	(5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (...) der natürlichen Exponentialfunktion (...)	Ope-13 entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus
4 UE	3 Transformierte Exponentialfunktionen untersuchen	(10) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion ($f'=f$) (11) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung	(6) wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an (9) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion ($f'=f$)	Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor
3 UE	4 Ableitung beliebiger Exponentialfunktionen	(12) untersuchen ausgewählte Funktionen, insbesondere die natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion, auf Umkehrbarkeit und ermitteln in einfachen Fällen einen Funktionsterm der Umkehrfunktion unter Berücksichtigung von Definitions- und Wertebereich	(10) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- und Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung	Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu
4 UE	5 Begrenztes Wachstum	(13) erläutern den Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und dem Graphen seiner Umkehrfunktion	(20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen	Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung
4 UE	LK 6 Die Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion	(23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen (...)		Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur			Mod-9 verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Pro-4 erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen
	Exkursion			

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK)	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK)	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel IV Weitere Funktionen	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Funktionen und Analysis	Funktionen und Analysis	Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-system (MMS) zum ... – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen
3 UE	1 Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion	(3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen, Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion und von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen	(2) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, der Sinusfunktion, der Kosinusfunktion, der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen	Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle
4 UE	2 Verkettung von Funktionen	(6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (...) Sinus- und Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten und wenden die Produkt- und Kettenregel an	(5) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von (...) der Sinus- und Kosinusfunktion, sowie der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$ und wenden die Produktregel an	Pro-5 nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Über-schlagen, systematisches Probieren oder Aus-schließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vor-wärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern)
3 UE	LK 4 Kettenregel	(9) nutzen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge	(6) wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an	
4 UE	5 Zusammengesetzte Funktionen untersuchen	(23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen sowie mithilfe von Sinus- und Kosinusfunktionen	(7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung	
5 UE	6 Zusammengesetzte Funktionen im Kontext		(8) nutzen in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge	
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur		(20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mit-hilfe von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion und daraus zusammengesetzten Funktionen	
	Exkursion			

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9, LK / GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK)	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK)	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel V Vektoren, Geraden und Winkel	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Analytische Geometrie und Lineare Algebra	Analytische Geometrie und Lineare Algebra	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechen-fertigkeiten sicher an
4 UE	1 Wiederholung: Geraden und Lagebeziehungen	(2) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es	(1) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es	Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch
4 UE	2 Zueinander orthogonale Vektoren - Skalarprodukt	(9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten	(5) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten	Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten
4 UE	3 Winkel und Schnittwinkel	(12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	(9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-11 nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur			Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... - Darstellen geometrischer Situationen im Raum
	Exkursion			Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9, LK / GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK)	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK)	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel VI Ebenen	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (1) stellen Ebenen, Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform dar (3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum (5) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen (6) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme (7) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind (8) interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen (9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (2) stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar (3) verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Normalenvektor) (4) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen (7) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme (8) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind (5) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (6) nutzen Symmetriebetrachtungen in geometrischen Objekten zur Lösung von Problemstellungen und spiegeln Punkte an Ebenen in einfachen Fällen (9) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... –Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern – Darstellen von geometrischen Situationen im Raum Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells. Pro-7 setzen Routineverfahren auch hilfsmittel-frei zur Lösung ein Pro-8 berücksichtigen einschränkende Bedingungen Pro-9 entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus.
3 UE	1 Der Gauß-Algorithmus			
4 UE	LK 2 Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme			
3 UE	3 Ebenen im Raum – die Parameterform			
4 UE	4 Koordinatenform und Normalenvektor			
4 UE	5 Schnittwinkel und Schnittpunkte			
4 UE	6 Geometrische Objekte im Raum			
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur			
	Exkursion			

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9, LK / GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK)	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK)	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel VII Lagebeziehungen und Abstandsbe- rechnungen	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Analytische Geometrie und Lineare Algebra (4) untersuchen Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen (10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen (11) führen Spiegelungen an Ebenen durch (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse		Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-8 erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... –Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern – Darstellen von geometrischen Situationen im Raum Pro-6 wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus Kom-5 formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege Kom-6 verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang Kom-7 wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus Kom-8 wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen Kom-9 dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent Kom-10 konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte
5 UE	LK 1 Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen			
5 UE	LK 2 Abstand eines Punktes von einer Ebene			
5 UE	LK 3 Abstand eines Punktes von einer Geraden			
5 UE	LK 4 Abstand zwischen Geraden			
5 UE	LK 5 Abstandsberechnungen in Kontexten			
5 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur			
	Exkursion			

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9, LK / GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK)	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK)	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel VIII Statistik und Wahrscheinlichkeit	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Stochastik	Stochastik	Ope-1 wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an Ope-2 übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt Ope-3 führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-4 verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-5 führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-10 recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum... – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit
4 UE	1 Wiederholung: Wahrscheinlichkeit	(1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen, und verwenden das Summenzeichen	(1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge (2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen und verwenden das Summenzeichen	
3 UE	2 Verknüpfung von Ereignissen	(3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge	(3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge	
5 UE	3 Bedingte Wahrscheinlichkeit – stochastische Unabhängigkeit	(4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	(4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	
5 UE	4 Simulationen	(5) bestimmen das Gegenereignis $\bar{A}$, verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \setminus B$, $A \cap B$, $A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten (7) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten	(5) bestimmen das Gegenereignis $\bar{A}$, verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \setminus B$, $A \cap B$, $A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten (6) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten	
4 UE	5 Daten erheben und mit Kenngrößen beurteilen	(8) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit	(7) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit	
5 UE	6 Zufallsgrößen – Erwartungswert und Standardabweichung	(9) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten (10) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen	(8) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten (9) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen	
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur	(11) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen	(10) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen	
	Exkursion			

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9, LK / GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK)	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK)	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel IX Binomialverteilung	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...
	Erkundungen	Stochastik	Stochastik	Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum... – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten (...) Zufallsgrößen
3 UE	1 Bernoulli-Experimente – Binomialverteilung	(6) erklären die kombinatorische Bedeutung des Binomialkoeffizienten und berechnen diesen in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel	(11) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können	Mod-1 erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung
4 UE	LK 2 Binomialkoeffizienten	(12) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können	(12) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung	Mod-2 treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor
4 UE	3 Erwartungswert und Histogramme	(13) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung	(13) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen	Mod-3 übersetzen zunehmend komplexe
4 UE	4 Kumulierte Wahrscheinlichkeiten	(14) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen	(14) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit.	Mod-4 ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu
3 UE	5 Standardabweichung	(15) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit		Mod-5 erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells
4 UE	6 Probleme lösen mit der Binomialverteilung			Mod-6 beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur			Mod-7 reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen
	Exkursion			Mod-8 benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit
				Arg-5 begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente
				Arg-6 entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten,
				Arg-7 nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch),
				Arg-8 verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen

Zeitraum	Lambacher Schweizer QP – G9 LK / GK	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (LK)	inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (GK)	prozessbezogene Kompetenzerwartungen
(1 UE entspricht 45 Minuten)	Kapitel X Prognose- und Konfidenzintervalle	Die Schülerinnen und Schüler...	Die Schülerinnen und Schüler...	
	Erkundungen	Stochastik (16) ermitteln mithilfe der σ -Regeln Prognoseintervalle für die absoluten und relativen Häufigkeiten in einer Stichprobe und interpretieren diese im Sachkontext (17) ermitteln auf Grundlage einer relativen Häufigkeit ein Konfidenzintervall für den Parameter p einer binomialverteilten Zufallsgröße und interpretieren das Ergebnis im Sachkontext (Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit) (18) schätzen den für ein Konfidenzintervall vorgegebener Länge erforderlichen Stichprobenumfang ab (19) unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion (20) untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen (21) beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve“)		Ope-12 verwenden im Unterricht ein modulares Mathematikssystem (MMS) zum... – Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei (...) im Leistungskurs auch normalverteilten Zufallsgrößen – Berechnen der Grenzen von Konfidenzintervallen im Leistungskurs Pro-1 stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen Pro-2 analysieren und strukturieren die Problemsituation Pro-10 überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung Pro-12 vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz Arg-4 erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen Kom-1 erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen Kom-2 beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren Kom-3 erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungs-bezogenen Zusammenhängen Kom-4 erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind Kom-11 greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter Kom-12 nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung Kom-14 vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten, Kom-15 führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen
3 UE	LK 1 Prognoseintervalle für absolute Häufigkeiten			
5 UE	LK 2 Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten			
5 UE	LK 3 Konfidenzintervalle			
4 UE	LK 4 Stichprobenumfang schätzen			
5 UE	LK 5 Normalverteilung			
3 UE	Klausurtraining Rückblick Probeklausur			
	Exkursion			

2.4 Grundsätze der fachdidaktischen und fachmethodischen Arbeit

Überfachliche Grundsätze

- (1) Schülerinnen und Schüler werden in dem Prozess unterstützt, selbstständige, eigenverantwortliche, selbstbewusste, sozial kompetente und engagierte Persönlichkeiten zu werden.
- (2) Der Unterricht nimmt insbesondere in der Einführungsphase Rücksicht auf die unterschiedlichen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler.
- (3) Geeignete Problemstellungen bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
- (4) Die Unterrichtsgestaltung ist grundsätzlich kompetenzorientiert angelegt.
- (5) Der Unterricht vermittelt einen kompetenten Umgang mit Medien. Dies betrifft sowohl die private Mediennutzung als auch die Verwendung verschiedener Medien zur Präsentation von Arbeitsergebnissen.
- (6) Der Unterricht fördert das selbstständige Lernen und Finden individueller Lösungswege sowie die Kooperationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler.
- (7) Die Schülerinnen und Schüler werden in die Planung der Unterrichtsgestaltung einbezogen.
- (8) Der Unterricht wird gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern evaluiert.
- (9) Die Schülerinnen und Schüler erfahren regelmäßige, kriterienorientierte Rückmeldungen zu ihren Leistungen.
- (10) In verschiedenen Unterrichtsvorhaben werden fächerübergreifende Aspekte berücksichtigt.

Fachliche Grundsätze

- (11) Aufgabenstellungen werden zunehmend problemorientiert und zunehmend offener formuliert.
- (12) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- (13) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.

- (14) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit.
- (15) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
- (16) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
- (17) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.

2.5 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Grundlagen der Leistungsbewertung ergeben sich aus dem Schulgesetz, den Richtlinien und Kernlehrplänen des Faches Mathematik, so wie der APO-GOST.

Wesentliche, dort formulierte Grundsätze sind im Leistungsbewertungskonzept des Landrat-Lucas-Gymnasiums festgehalten und konkretisiert worden. Nachfolgend ist eine weitere fachspezifische Konkretisierung festgehalten.

2.5.1 Übersicht über Anzahl und Dauer von schriftlichen Arbeiten

Stufe	Anzahl der Klausuren pro Halbjahr	Dauer (min)	
		GK	LK
EF	2	90	
Q1	2	90	135
Q2	2/ 1 + Vorabitur	135	225
Vorabitur	1	255	300

2.5.2 Leistungsrückmeldung

Schriftliche Leistungen

In der Sekundarstufe II werden Klausuren geschrieben, deren Anzahl und Dauer in Abschnitt 2.5.1 festgehalten sind. Die Aufgabenstellungen der Klausuren orientieren sich am Kernlehr-

plan Mathematik in der jeweils gültigen Fassung. Die Aufgabenstellungen spiegeln die im Unterricht erworbenen Kompetenzen und Arbeitsweisen wider. Ein Teil der Aufgaben sind dem reproduktiven Bereich entnommen, es sind aber zunehmend Aufgaben zu bearbeiten, bei denen Begründungen, Darstellung von Zusammenhängen, Interpretationen und kritische Reflexionen eingefordert werden. Sowohl inhaltsbezogene als auch prozessbezogene Kompetenzen sollen in einer Klausur verlangt werden. Die Punkteverteilung und das Notenraster orientieren sich an den Vorgaben für das Zentralabitur.

Die Klausuren werden so korrigiert, dass die individuellen Fehler sowie deren Gewichtung transparent nachvollziehbar sind, um so den Schülerinnen und Schülern eine Behebung ihrer individuellen Schwächen zu ermöglichen. Der Erwartungshorizont wird mit den Schülern im Unterricht besprochen.

Abweichend von der Punktwertung kann eine Auf- und Abstufung um eine Notentendenz erfolgen, wenn z.B. die logische Struktur überdurchschnittlich oder die Darstellungsleistung inakzeptabel ist.

Häufige Verstöße gegen den richtigen Gebrauch der deutschen Sprache führen zur Absenkung der Note um bis zu eine Notenstufe.

Sonstige Mitarbeit

Außer den schriftlichen Leistungen wird bei der Gesamtnote auch die sonstige Mitarbeit berücksichtigt. Diese setzt sich zusammen aus den Teilbereichen

- Mitarbeit im Unterricht (Anwendung der Fachsprache und Argumentationstechniken; hierbei:
stärkere Berücksichtigung der weiterführenden Beiträge und Nachweis methodischer Fertigkeiten; Berücksichtigung des Lernfortschrittes und der Bereitschaft zum selbsttätigen und -ständigen Handeln, Beiträge zum Unterrichtsgespräch in Form von Lösungsvorschlägen, das Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachtungen oder das Bewerten von Ergebnissen)
- Vorbereitung auf den Unterricht
- Referate, Präsentationen, praktische Übungen
- Heftführung

- Führen eines Regelheftes im Ganzttag ab der Klasse 5
- Schriftliche Lernerfolgskontrollen
- ggf. alternative Beurteilungsformen wie Portfolio, Mitarbeit in Projekten
- Hausaufgaben in der Oberstufe dienen der Nachbereitung und der Vorbereitung des Unterrichtes. Insofern sind sie Grundlage für eine kontinuierliche Beteiligung im Unterricht.
- Interaktions- und Teamleistung (Gesprächsverhalten, Kritikfähigkeit)

Eine Note wird auf Nachfrage differenziert begründet. Dabei kann z.B. auf die im Leistungsbewertungskonzept genannten Kriterien oder auf den vorliegenden Kriterienkatalog Bezug genommen werden. Eine Bewusstheit solcher Kriterien bei den Schüler/innen wird gefördert (z.B. durch Selbsteinschätzungsbögen). Qualität und Quantität der erbrachten Leistungen werden bei der Notenfindung angemessen berücksichtigt.

Gesamtnote

Die Zeugnisnote wird von der Fachlehrkraft am Ende eines Schulhalbjahres aus den Bereichen „Schriftliche Leistungen“ und „Sonstige Mitarbeit“ als Gesamtbeurteilung gebildet. In der Sekundarstufe II werden beide Bereiche angemessen berücksichtigt.

Eine rein rechnerische Ermittlung der Note als arithmetisches Mittel beider Einzelbewertungen ist nicht sinnvoll und auch nicht zulässig.

2.6 Lehr- und Lernmittel

Am Landrat-Lucas-Gymnasium werden ab dem Schuljahr 2024/25 folgende Lehrwerke aufsteigend eingeführt:

- Jahrgangsstufe EF: Lambacher Schweizer, Einführungsphase NRW (Klett Verlag)
- Jahrgangsstufe Q1/Q2: Lambacher Schweizer, Qualifikationsphase (Grund- bzw. Leistungskurs) NRW (Klett Verlag)

Ab dem Schuljahr 2025/26 wird als Hilfsmittel in Klausuren das MMS „Geogebra“ genutzt. (Der Jahrgang, der im Schuljahr 2025/26 Abitur macht, arbeitet weiterhin mit dem CAS Handheld.)

3) Entscheidungen zu Fach- und Unterrichtsübergreifenden Fragen

Projektkurse

Über die Einrichtung von Projektkursen mit mathematischen Inhalten wird jährlich in der Fachkonferenz beraten.

Vorbereitung auf die Erstellung der Facharbeit

Spätestens im ersten Halbjahr der Qualifikationsphase werden im Unterricht an geeigneten Stellen Hinweise zur Erstellung von Facharbeiten gegeben. Dies betrifft u.a. Themenvorschläge, Hinweise zu den Anforderungen und zur Bewertung.

Wettbewerbe

Für die Jahrgangsstufen EF bis Q2 ist die Teilnahme am Känguru Wettbewerb freiwillig. Die Teilnahme an der Mathematik-Olympiade für begabte SchülerInnen wird angeboten. Nach Möglichkeit wird am Informatik-Biber-Wettbewerb teilgenommen.

Für die Förderung talentierter SchülerInnen wird die Teilnahme an folgenden Wettbewerben angeboten:

- Macht Mathe
- MathematicalModellingCompetitionMaastricht (MMM)
- Bonner Mathematik-Turnier

4) Evaluation des schulinternen Lehrplans

Zielsetzung: Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „dynamisches Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend sind die Inhalte stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz trägt durch diesen Prozess zur Sicherung und Weiterentwicklung des Unterrichtsqualität und des Faches bei.

Prozess: Die Überprüfung erfolgt regelmäßig. Zu Schuljahresbeginn werden die Erfahrungen des vergangenen Schuljahres in der Fachschaft gesammelt, bewertet und eventuell notwendige Konsequenzen formuliert. Auf der Grundlage eines neuen Lehr- bzw. Kernlehrplanes ist die Überprüfung und Überarbeitung des schulinternen Lehrplans zwingend erforderlich.

Die Ergebnisse dienen der/dem Fachvorsitzenden zur Rückmeldung an die Schulleitung und u.a. an die Fortbildungsbeauftragte. Zudem werden wesentliche Tagesordnungspunkte und Beschlussvorlagen der Fachkonferenz daraus abgeleitet.